

JOSEF NOVOTNÝ

KORČÁKŮV ZÁKON ANEB ZAJÍMAVÁ HISTORIE PŘÍRODNÍ DUALITY STATISTICKÉHO ROZLOŽENÍ

NOVOTNÝ, J. (2010): Korčák's law or an Interesting History of the Natural Duality of Statistical Distribution. Informace ČGS, 29, No. 1, pp. 1–10. – This note focuses on what has become known as Korčák's law. First, an interesting history of findings expressed in Czech geographer Jaromír Korčák's work on the Natural Duality of Statistical Distribution, which was later utilised by mathematicians Maurice Fréchet and Benoit Mandelbrot, is presented. This is placed into a context of interdisciplinary interest in the empirical regularities of highly right-skewed statistical distributions that have often been modeled using power law functions. Some examples of so-called Korčák distribution of islands are then presented and calculation of Korčák exponent is explained, with brief reference made to its possible applications.

KEY WORDS: fractals – Korčák's law – power law function – statistical distribution.

Úvod

V říjnu 2009 dostala jedna z ulic nedaleko pražského Albertova jméno profesora geografie Jaromíra Korčáka. Seminář uspořádaný při této příležitosti nabídl pamětníkům příležitost k zavzpomínání na tuto významnou postavu české geografie a nepamětníkům pak příležitost k reflexi Korčákových vědeckých prací. Patřím do druhé z těchto skupin a v této stati se – v návaznosti na příspěvek prezentovaný na uvedeném semináři – pokusím o několik poznámek ke Korčákově Přírodní dualitě statistického rozložení (dále jen „Přírodní dualita“ – Korčák 1941).

Přírodní dualita rozhodně není typickou geografickou prací. Osobně jsem se k ní dostal již za dob svého studia a bylo to díky odkazům v pracích M. Hampla a skrze starý lístkový katalog Geografické knihovny PřF UK. Po přečtení ve mně zanechala dojem, že přináší originální poznatky základního charakteru (čímž se odlišuje od velké části geografických prací, které jsou převážně aplikačně zaměřeny). Tento dojem zůstal dodnes, byť – jak bych dále rád ukázal – pouze do určité míry. Konkrétně se v této stati čtenářům pokusím přiblížit zajímavou historii poznatků publikovaných v Přírodní dualitě a jejich další „nezávislý“ život mimo domácí obor. Mým druhým cílem je pak popis a pokus o vysvětlení toho, co se skrývá za tzv. Korčákovým zákonem, Korčákovým rozložením a Korčákovým exponentem.

Přírodní dualita statistického rozložení

Skutečnost, že problematika Přírodní duality přesahuje rámec našeho oboru, naznačuje Korčák hned v úvodu své práce: „Statistické rozložení není jen speciálním pojmem statistickým, jde tu o vztah velmi širokého významu. Statistické rozložení v přírodovědeckém pojetí ukazuje totiž určitou a obecnou pravidelnost ve struktuře vnějšího světa a tím přispívá k poznání světového řádu, tedy k objasnění představy, jež patří k nejstarším ve filosofickém myšlení vůbec“ (Korčák 1941, s. 172). V rámci geografie je význam statistického rozdělení navíc odvozen od skutečnosti, že jde o nejběžnější „jednorozměrné“ kvantitativní vyjádření „dvojezměrné“ prostorové diferenciace.

Hlavní „vzkaz“ obsažený v Korčákově Přírodní dualitě je v rámci české geografie poměrně známý a byl dále originálním směrem rozpracován Hampl (viz souhrnně Hampl 1998). Korčák v Přírodní dualitě poukázal na obecnou pravidelnost kvantitativní různorodosti zeměpisných jevů ve smyslu širokého uplatnění statistického rozdělení s výraznou pravostrannou šikmostí (tzn. mnoho malých a velmi málo velkých pozorování). Na podivuhodném množství empirického materiálu (zejm. uvážíme-li dobu) ukázal, že velikostní diferenciace jevů a událostí pozorovaných „z hlediska povrchu zemského“ je mnohem věrněji popsitelná uvedeným krajně asymetrickým rozdělením než prostřednictvím tehdy dominantně používaného normálního rozložení odvozeného od zákona symetrického rozdělení chyb. Z mnoha příkladů, na kterých Korčák tuto skutečnost doložil, uveďme např. různé soubory regionů sledovaných podle hustoty osídlení, obcí podle počtů obyvatel či nadmořské výšky, jezer podle rozlohy nebo hloubky, ostrovů podle rozlohy, řek podle jejich délky či rozlohy povodí atd. Vyzdvihl tak skutečnost, že oba uvedené typy statistického rozdělení – tj. souměrné a krajně asymetrické s pravostrannou šikmostí – mají v realitě obdobně fundamentální význam. Zatímco v symetrickém rozdělení lze spatřovat převahu uplatnění vnitřních faktorů (Korčák píše o „individuální potenci druhové“), krajně asymetrická distribuce vyjadřuje působení vnějších diferenciačních faktorů (tzn. přirozená různorodost a hierarchizace vnějšího prostředí).

Tyto dvě formy variability tak můžeme pojímat jako jakési „atraktory“, ke kterým jsou statistická rozdělení mnoha reálných jevů větší či menší silou „přitahována“. Pro zjednodušení si přitom představme, že existují dva typy procesů či faktorů, jejichž spolupůsobením každé reálné statistické rozdělení vzniká. Prvním typem jsou faktory a procesy, které závisí na specifickém kontextu daného pozorovaného jevu, a druhým typem pak statistické principy, které se uplatňují nezávisle na tomto kontextu. Právě tyto statistické principy (např. Centrální limitní věta, principy aditivního a multiplikativního růstu atd.) vysvětlují vznik zmíněných forem variability (resp. modelů těchto forem) a naznačují, proč k nim mohou být jednotlivá empirická rozdělení přitahována. Kontextuální procesy a faktory pak mohou tato jednotlivá pozorovaná statistická rozdělení specificky „deformovat“ a vzdalovat od jejich teoretických modelů (též Novotný, Nosek 2009).

Zákony krajně asymetrických statistických rozdělení

Jak Korčák v Přírodní dualitě na několika místech sám uvádí, hlavní podnět pro jeho studii vzešel od V. Lásky, resp. z jeho metody určování kartografických škál na základě frekvenčních rozdělení, kterou navrhl při přípravě Zeměpisně statistického atlasu ČSR. Korčák pak byl zřejmě první, kdo na všeobecný význam rozdělení s výraznou pravostrannou šikmostí upozornil v rámci geografie. Obdobné poznatky ovšem byly již dříve učiněny jinde. Podobně jako u Korčáka, byl i u jiných autorů zájem o asymetrické formy variability podnícen snahou vyvrátit předpoklad univerzality použití souměrného normálního rozdělení. Na to, že argument symetrického rozdělení chyb neposkytuje vhodný model pro rozložení řady „sociálních a vitálních statistik“, bylo poukázáno již v roce 1879 (Galton 1879, McAlister 1879). Jen o několik let později se pak počala psát historie „objevů“ pravidelností založených na empirické dokumentaci krajně asymetrického rozdělení s výraznou pravostrannou šikmostí pro nejrůznější jevy. Tabulka 1 podává (dost možná neúplný) přehled příkladů identifikovaných do poloviny 20. století, přičemž mnoho dalších se objevilo později.

Empirickou identifikaci uvedených rozložení u řady autorů následovala i snaha o přesnější matematickou formalizaci a generalizaci nalezených vztahů. Mezi řadou modelů krajně asymetrických pravděpodobnostních rozdělení se v uvedeném kontextu dostalo zvláštní pozornosti aproximaci mocninnou funkcí. Pravděpodobnostní hustotu takového rozdělení je možno vyjádřit obecným vztahem:

$$P(x) = kx^{-b} \quad (1)$$

kde k a b jsou konstanty. Atraktivita tohoto teoretického modelu spočívá v unikátní vlastnosti mocninných funkcí, které se říká měřítková invariance či sobě-podobnost. Znamená to, že jakákoliv spojitá část vybraná z uvedené-

Tab. 1 – Empirické pravidelnosti statistických rozdělení s výraznou pravostrannou šikmostí (do roku 1950)

| Rok | Jméno | Sledovaný jev |
|-----------|--------------------|--|
| 1881 | Newcomb | Frekvence počátečních číslic v souborech dat (znovuobjeveno Benfordem v roce 1938) |
| 1897 | Pareto | Bohatství ve společnosti |
| 1922 | Yule, Willis | Početnost biologických druhů |
| 1926 | Lotka | Publikační aktivita vědců |
| 1931 | Gibrat | Velikost firem |
| 1932 | Zipf | Počet slov v textech a jazycích (Estoup již 1916), velikost měst (Auerbach již 1913) |
| 1934 | Bradford | Výskyt článků s určitou tematikou v časopisech |
| 1938/1941 | Korčák | Velikost různých zeměpisných jevů |
| 1944 | Gutenberg, Richter | Velikost zemětřesení |
| 1948 | Richardson | Velikost mezinárodních konfliktů |

Zdroj: autor

ho pravděpodobnostního rozdělení bude sama o sobě sledovat stejný funkční předpis. Podobné formy diferenciacie tedy nalezneme u různých dílčích souborů téhož jevu. Pro příklady uvedené v tabulce 1, stejně jako pro řadu dalších jevů, které v této tabulce uvedeny nejsou, bylo prokázáno, že jejich statistická rozdělení se některé z variant mocninné funkce opravdu často blíží.¹ Proto pak některá z těchto empirických zjištění dostala nálepku „zákona“, a dnes se tak mluví např. o Zipfově, Paretově, Benfordově, Bradfordově či Lotkově a dalších zákonech. Díky uvedené vlastnosti měřítkové invariance jsou také tato rozdělení (a jevy) studovány v rámci výzkumu fraktálů, resp. hierarchicky organizovaných komplexních struktur.

Korčákův zákon

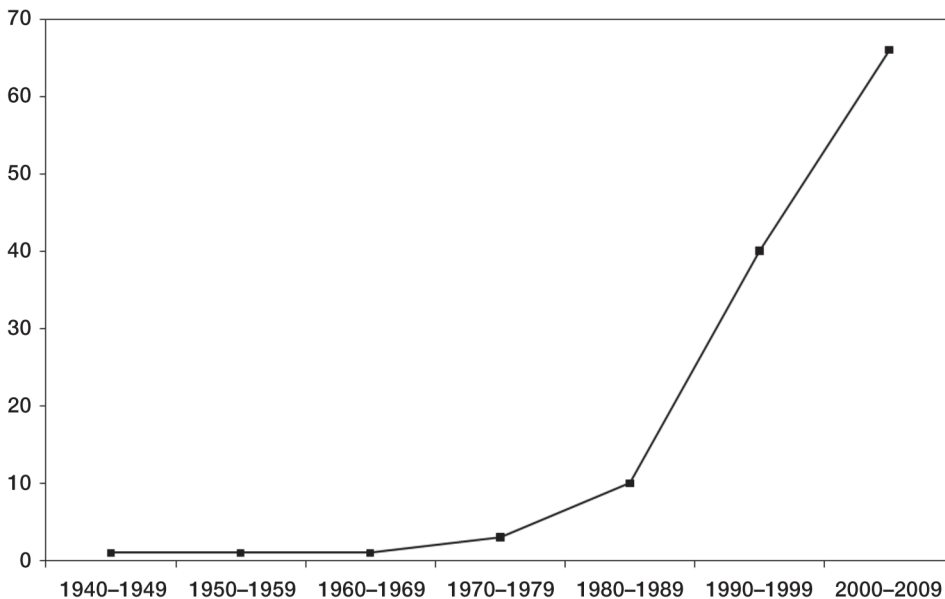
Korčák zůstal ve své Přírodní dualitě u empirického doložení významu krajně asymetrického statistického rozložení pro zeměpisné jevy. Nepokoušel se o jejich další matematickou formalizaci a teoretická zobecnění. Udělali to ale za něj později jiní, takže se dnes v odborné literatuře lze setkat také se zákonem pojmenovaným jeho jménem, byť se o tom u nás donedávna patrně nevědělo. Na zmínku o Korčákově zákonu (a Korčákově rozložení a exponentu) jsem poprvé narazil při přípravě příspěvku na uvedený seminář a následným nesystematickým prohledáním internetových zdrojů jsem našel dalších cca 70 odborných publikací, které takové reference obsahují. Až na výjimky ovšem nejde o práce geografů a velká část z nich jsou studie nepříliš staré (viz obrázek 1).²

Zároveň s odkazy na Korčákův zákon referují mnozí z autorů též ke krátké pětistránkové zprávě, kterou Korčák v roce 1938 publikoval ve francouzštině, jakožto výstup z mezinárodního statistického kongresu pořádaného v Praze (viz Korčák 1938). V ní zveřejnil několik příkladů empirických řad, které popisují krajně asymetrická rozdělení vybraných zeměpisných jevů podle jejich velikostních atributů. Mimo jiné se jedná i o příklady rozdělení ostrovů a jezer podle jejich rozlohy, přičemž právě k rozložení ostrovů se Korčákův zákon váže. Ukázalo se, že přišel na svět zejména díky věhlasnému matematikovi B. Mandelbrotovi, který Korčákovy poznatky využil v několika známých pracích o fraktálech (např. Mandelbrot 1975a, 1975b). Jak mi ovšem sám Mandelbrot (kterému je dnes téměř 90 let) naznačil prostřednictvím e-mailu, Korčákovu práci sám zřejmě nikdy nečetl. O Korčákových zjištěních o statistickém rozdělení ostrovů se dozvěděl z několika přednášek dalšího známého matematika francouzského původu M. Frécheta (též Fréchet 1941). Po více než 30 letech pak tyto poznatky probudil k dalšímu životu. Rostoucí popularita fraktální geometrie poté znamenala reprodukci odkazů na Korčákův zákon i na zmíněný Korčákův článek z roku 1938.

Pojďme si konečně říci, co si pod Korčákovým zákonem konkrétně představovat. Jak již bylo naznačeno, jde o pravidelnost v charakteru statistického

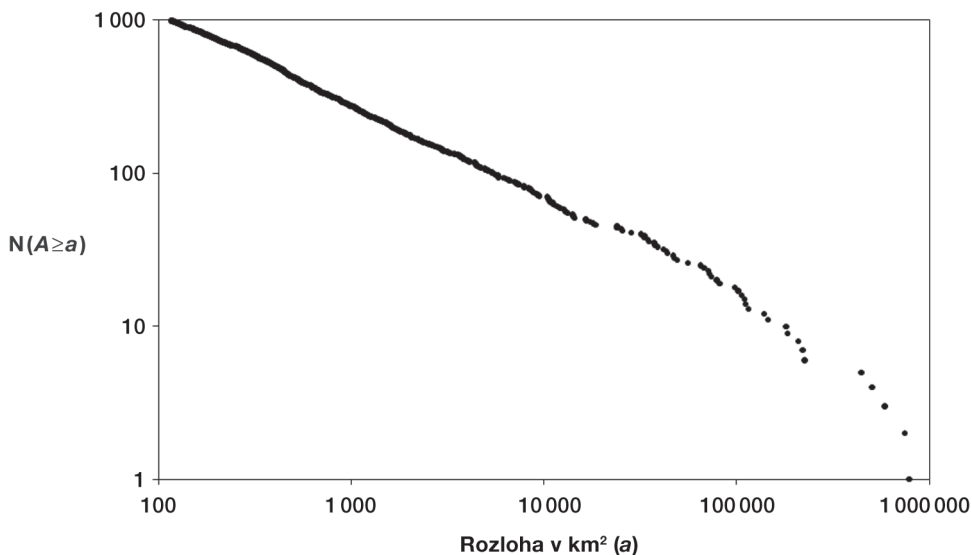
¹ I když další teoretická rozdělení (lognormální, exponenciální atd.) někdy poskytují stejně přesný či přesnější model (viz např. Clauset et al. 2009).

² Seznam těchto publikací je obsažen na konci prezentace ze semináře dostupné na: http://natur.cuni.cz/~pepino/Prezentace_Korcak.pdf.



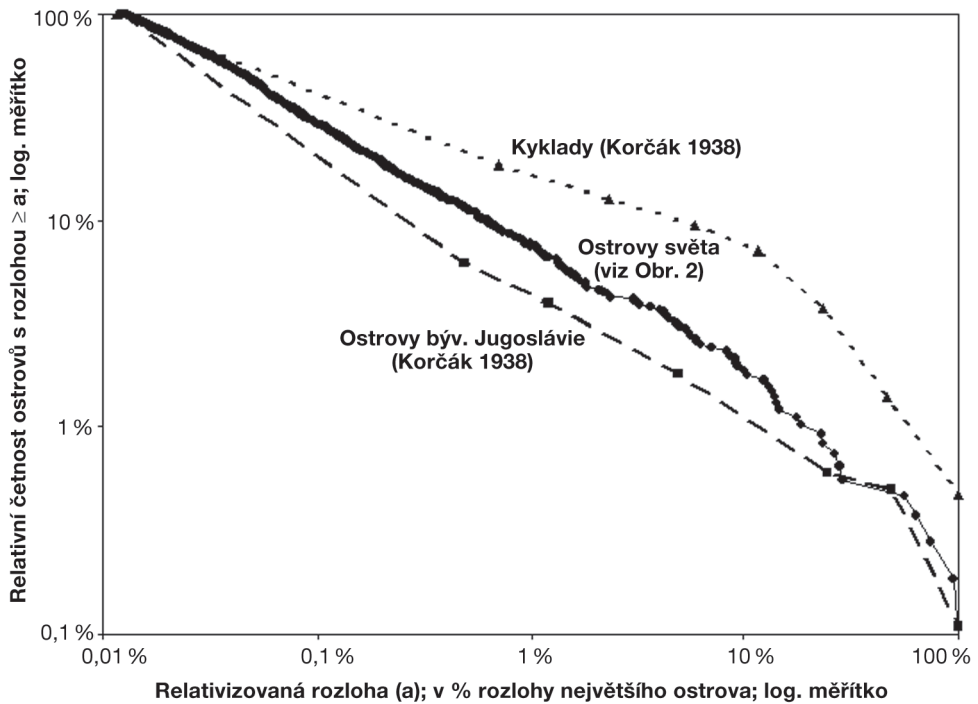
Obr. 1 – Četnost referencí na Korčákův zákon, Korčákovo rozložení či Korčákův exponent v odborné literatuře (kumulativně)

Zdroj: Zjištěno nesystematickým prohledáním knih a odborných článků dostupných skrze internet.



Obr. 2 – Korčákův zákon velikostní diferenciace ostrovů světa (ostrovy větší než 100 km²). Pozn.: Jedná se o soubor 1 073 ostrovů. Na ose y je zachycen počet ostrovů (N) s rozlohou, která je větší či rovna určité rozloze a .

Zdroj: podle United Nations Environment Programme (<http://islands.unep.ch/>)



Obr. 3 – Porovnání Korčákovy rozdělení pro soubor ostrovů světa, ostrovů Kyklad a ostrovů náležících bývalé Jugoslávii

Zdroj: Statistické rozdělení pro soubory 211 ostrovů Kyklad a 914 ostrovů bývalé Jugoslávie bylo sestaveno s využitím intervalových rozdělení četností uvedených v původní Korčákově práci (Korčák 1938). Soubor ostrovů světa viz obr. 2.

rozdělení ostrovů (někdy bývají zmiňována i jezera), jehož generalizace je dále aplikována na další jevy. V Korčákem publikovaných empirických řadách rozeznali Fréchet a Mandelbrot jednu z možných variant již zmíněné mocninné funkce zapsané ve formě:

$$N(A \geq a) \sim ma^{-c} \quad (2)$$

kde $N(A \geq a)$ označuje četnost ostrovů s rozlohou větší či rovnou určité rozloze a , zatímco m je konstanta a c je tzv. Korčákův exponent. Korčákův zákon je jednou z analogií známějšího Zipfova a některých dalších zákonů (viz výše). Také exponent c má obdobný význam jako exponent u Zipfova („rank-size“) rozložení. Je také evidentní, že zatímco zde uvedený vztah (2) je jedním z možných zápisů kumulativní distribuční funkce, vzorec (1) zmíněný výše popisuje rozdělení pravděpodobnostní hustoty. Jak uvádí např. Clauset a kol. (2009), platí, že:

$$c = (b - 1) \quad (3)$$

Pro obě možnosti těchto vyjádření statistického rozložení také platí, že zlogaritmujeme-li obě strany rovnic (1) a (2), dostaneme vztahy popisující rovnice přímky se směrnici b nebo c . V případě Korčákovy zákona (2) jde o rovnici:

$$\log(N) = \log(k) - c \times \log(a) \quad (4)$$

Zanesení pozorovaných dat do grafu s hodnotami os v logaritmicím měřítku (dále log-log graf) je proto používáno jako nejjednodušší a nejčastější metoda (vizuální) aproximace empirických dat mocninnou funkcí.

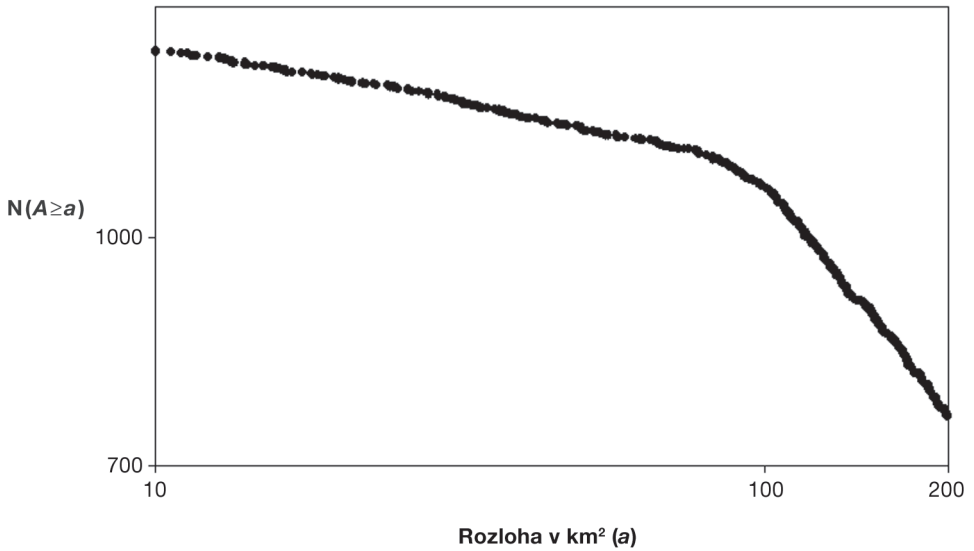
Na obrázku 2 je pomocí log-log grafu znázorněn příklad Korčákova zákona, resp. Korčákova rozložení, velikostní diferenciace souboru 1 073 ostrovů světa s rozlohou větší než 100 km². Obrázek 3 pak porovnává tuto empirickou řadu s rozděleními prezentovanými v původní Korčákově práci z roku 1938. Jde o soubory 211 ostrovů Kyklad a 914 ostrovů bývalé Jugoslávie. Jak je evidentní z obou obrázků, přestože empirická data neodpovídají zcela přesně teoretickým předpokladům popsaným výše (křivky nemají přesný tvar přímky), rámcová platnost Korčákova zákona velikostní diferenciace ostrovů je zřejmá.

Korčákův exponent

V rámci studia popisovaných jevů mají zvláštní význam exponenty mocninných funkcí, kterými jsou tyto jevy aproximovány. Kvůli níže popsaným vlastnostem se též mluví o exponentech měřítkových. Ty jsou nejen základním parametrem mocninných vztahů, ale získaly též uplatnění jako charakteristiky uspořádanosti jevů, které mají (alespoň přibližně) fraktální charakter. Ukazují totiž pronikavost velikostní diferenciace, resp. hierarchizace, v rámci jednotlivých souborů ve smyslu relativního poměru mezi počtem větších a malých objektů. Nižší hodnoty exponentu mají soubory, kde je tento poměr vyšší, zatímco vyšší hodnoty exponentu naopak poukazují na situaci, kdy na každou velkou jednotku připadá relativně více malých jednotek (tzn. uvedený poměr je nižší).

Velikostní diferenciace (resp. hierarchizace), a potažmo tak měřítkový exponent, souvisí s fraktální dimenzí daného souboru. S jistým zjednodušením, si lze tuto skutečnost představit následujícím způsobem: Vyjdeme z toho, že topologická dimenze obvyklých „hladkých“ geometrických útvarů je celočíselná, když odpovídá počtu parametrů nezbytných k určení polohy na daném útvaru. U objektů definovaných pouze délkou je tato dimenze 1, u objektů definovaných plochou je to 2, u krychle nebo koule pak 3. Mandelbrot oproti tomu definoval fraktály jako útvary s neceločíselnou fraktální dimenzí, která je větší než topologická dimenze odpovídajících obvyklých geometrických útvarů. Reálné fraktály ve formě křivek či plošek (např. zde uvedený soubor obrysů ostrovů) tak mají – v závislosti na míře fragmentace, resp. velikostní diferenciace – fraktální dimenzi mezi 1 a 2. Fraktály nepravidelných povrchů v trojrozměrném prostoru (např. zmuchlaný papír či povrch lidského mozku) pak mezi 2 a 3 atd. Fraktální dimenze tedy udává do jaké míry daný objekt (soubor) „vyplňuje“ nadřazený Euklidovský prostor. Pronikavěji diferencované fraktální soubory vyplňují tento prostor úplněji (komplexněji) než soubory s nižší hodnotou exponentu, resp. z něj vypočítané fraktální dimenze. Fraktální dimenze bývá počítána různými způsoby, většinou se ale využívá právě souvislosti s měřítkovým exponentem.³ U Korčákova rozložení ostrovů

³ V literatuře je někdy fraktální dimenze s měřítkovým exponentem ztotožňována.



Obr. 4 – Spodní část Korčákova rozložení ostrovů světa (ostrovy s rozlohou 10–200 km^2)
 Pozn.: Na ose y je zachycen počet ostrovů (N) s rozlohou, která je větší či rovna určité rozloze a . Hodnoty os jsou v logaritmické stupnici.
 Zdroj: podle United Nations Environment Programme (<http://islands.unep.ch/>) (viz obr. 2)

stanovil Mandelbrot (1975) fraktální dimenzi jako dvojnásobek Korčákova exponentu.

Kvůli výše uvedeným vlastnostem se fraktální dimenze, a potažmo tak měřítkový exponent, používá v řadě vědních disciplín k zachycení určité „pravidelnosti v nepravidelnostech“ různých útvarů. Mimo jiné se např. uplatňuje při tvorbě digitálních modelů zemského povrchu nebo při hodnocení komplexity krajiny, resp. míry její fragmentace a stability této fragmentace v čase. Takové využití získal i Korčákův exponent c , který byl zaveden jako míra fragmentace v ekologii (zřejmě) v práci Hastings a kol. (1982). Namísto ploch souborů ostrovů jsou uvažovány jiné soubory krajinných plošek a Korčákův exponent pak měří stupeň velikostní diferenciacce těchto souborů – tzn. krajinnou mozaikovitost či „skvrnitost“ (patchiness).

Navazující praktickou otázkou je výpočet Korčákova exponentu (a tedy i fraktální dimenze). U teoretických příkladů tzv. deterministických fraktálů, které jsou „uměle“ vygenerovány na základě určitého pravidla, je tento výpočet většinou jednoznačný. Příslušné reálné jevy ovšem mají vždy fraktální charakter pouze přibližně, a výpočet exponentu tak nutně zůstává záležitostí aproximace. Zdaleka nejčastější způsob využívá již zmíněné skutečnosti, že mocninné funkce se v log-log grafu zobrazují jako přímky. Exponent c je pak na základě rovnice (4) odhadován jako směrnice regresní přímky na daném grafu metodou nejmenších čtverců (OLS). Tento intuitivně průhledný postup ovšem přináší systematicky chybné výsledky, neboť nejsou splněny požadavky lineární regrese (viz příloha A v článku Clauset et al. 2009). Uvedený nepřesný postup v odhadu exponentů není v odborné literatuře výjimkou, ale pravidlem. Je přitom zřejmé, že výsledná chyba je tím větší, čím vzdálenější je

uvažované empirické rozložení teoretické mocninné funkci. Z několika dalších možností výpočtu exponentu je jako nejpřesnější doporučován jeho odhad metodou maximální věrohodnosti (ML). Jednoduchý vzorec pro odhad exponentu b , který je založen na této metodě, uvádí např. Clauset et al. (2009). S využitím vztahu (3) ho lze použít k odhadu Korčákova exponentu c jako:

$$c \cong N \times \left[\sum_{i=1}^n \ln \frac{x_i}{x_{\min}} \right]^{-1} \quad (5)$$

Při výpočtu evidentně hraje roli stanovení x_{\min} . V případech, kdy dané empirické rozložení není na svém dolním konci dobře popsatelné mocninnou funkcí, je pro získání relevantní hodnoty exponentu vhodnější uvažovat takové x_{\min} , pro které ještě mocninná funkce platí. Jednoduché vizuální posouzení x_{\min} na log-log grafu může v tomto ohledu napovědět, i když existují exaktnější metody výběru minimální uvažované hodnoty.

Korčákův exponent pro soubor 1 073 ostrovů světa s rozlohou nad 100 km² (viz obrázky 2 a 3) odhadnutý výše uvedeným způsobem je 0,58, a fraktální dimenze tedy odpovídá 1,16 (odhadem pomocí OLS regrese dostaneme hodnotu $c = 0,62$ a fraktální dimenze 1,24). Minimální uvažovaná rozloha 100 km² nebyla ve zde uvedeném příkladu zvolena náhodně. To ukazuje obrázek 4, ve kterém je (opět pomocí log-log grafu) přiblížena spodní část statistického rozložení ostrovů světa s rozlohou mezi 10–200 km². Zlom ve znázorněné křivce je zřetelný právě kolem hodnoty 100 km². Toto zjištění zřejmě nelze interpretovat jako doložení neplatnosti Korčákova zákona pro ostrovy s menší rozlohou. Mnohem spíše je dáno skutečností, že mnoho malých ostrovů patrně nebylo použité databáze zahrnuto, a počty ostrovů na spodním konci distribuce jsou oproti skutečnosti podhodnoceny.

Závěr

Každý soubor empirických pozorování je unikátní. Přijetí či nepřijetí každého teoretického modelu je tak vždy záležitostí míry detailu, s kterým teorii se skutečností porovnáváme. Teorie ovšem nejsou hodnotné jen proto, že občas přijatelně přesně korespondují s realitou. Jejich hodnotu je mnohdy nutno vidět právě v tom, že poskytují modely, se kterými realita může být porovnávána. Tato triviální tvrzení platí obecně (zdůrazněné u sociálně-vědních modelů a teorií) a dobře se odrážejí v problematice empiricky identifikovaných pravidelností ve statistických rozděleních. Ve zde diskutovaném kontextu není až tak důležité, zda je možno jednotlivá pozorovaná rozdělení aproximovat lépe mocninnou funkcí, nebo spíše jiným z řady potenciálně vhodných teoretických rozdělení. Už skutečnost, že se k takovým formám variability pozorovaná data přibližují (byť třeba nikoliv ve všech případech nebo v celém průběhu rozložení) naznačuje, že by mohly mít i některé vlastnosti daných modelů nebo že by mohly vznikat principy, na jejichž základě jsou tyto teoretické modely vysvětlovány. Z akademických i praktických důvodů je dobré o těchto vlastnostech či potenciálních podmíněnostech vědět.

Korčák ve své Přírodní dualitě identifikoval existenci obdobných pravidelností, jaké našli někteří ostatní autoři před ním a mnoho jiných po něm na

různých příkladech jiných jevů. Generalizaci svých poznatků (ve smyslu hledání vhodných teoretických modelů) ovšem nechal na Fréchetovi s Mandelbrotem. Identifikace obdobných typů statistického rozložení v různých disciplínách a navazující zobecnění se později staly jedním s propojujících prvků studia komplexních systémů. Korčák tak v Přírodní dualitě vlastně ukázal, že k těmto systémům patří i většina jevů studovaných v geografii. I když možná shodou okolností, má tak dnes právem také on – podobně jako Pareto, Zipf, Lotka atd. – svůj zákon. Je ale otázkou, zda mají zmínění pánové také svoji ulici. Korčák ji má od října 2009. Je tak krátká, jak známý u nás donedávna byl Korčákův zákon.

Tento článek by možná nevznikl bez přispění M. Markoviče, kterému tímto děkuji za naplnění mé emailové schránky kopií původní práce Korčáka (1938) a dalšími dokumenty, které souvisejí se zde diskutovanou problematikou.

Literatura

- CLAUSET, A., SHALIZI, C. R., NEWMAN, M. E. J. (2009): Power-law distributions in empirical data. *SIAM Review*, 51, 4, s. 661–703.
- FRÉCHET, M. (1941): Sur la loi de répartition de certaines grandeurs géographiques. *Journal de la Société de Statistique de Paris*, 82, s. 114–122.
- GALTON, F. (1879) The geometric mean, in vital and social statistics. *Proceedings of the Royal Society of London*, 29, s. 365–367.
- HAMPL, M. (1998): Realita, společnost a geografická organizace: hledání integrálního řádu. Univerzita Karlova v Praze, Přírodovědecká fakulta, Praha, 110 s.
- HASTINGS, H. M., PEKELNEY, R., MONTICCIOLO, R., vun KANTON, D., del MONTE, D. (1982): Time scales, persistence, and patchiness. *Biosystems*, 15, s. 281–289.
- KORČÁK, J. (1938): Deux types fondamentaux de distribution statistique. Prague, Comité d'organisation, *Bulletin de l'Institute Int'l de Statistique*, 3, s. 295–299.
- KORČÁK, J. (1941): Přírodní dualita statistického rozložení. *Statistický obzor*, 22, s. 171–222.
- MANDELBROT, B. B. (1975a): Earth's relief, shape and fractal dimension of coastlines, and number area for islands. *PNAS*, 72, č. 10, s. 3825–3838.
- MANDELBROT, B. B. (1975b): *Les Objets Fractals, Forme, Hasard et Dimension*. Flammarion, Paris, s. 190.
- McALISTER, D. (1879) The law of geometric mean. *Proceedings of the Royal Society of London*, 29, s. 367–376.
- NOVOTNÝ, J., NOSEK, V. (2009): Nomothetic geography revisited: statistical distributions, their underlying principles, and inequality measures. *Geografie*, 114, č. 4, s. 282–297.

Pracoviště autora: Katedra sociální geografie a regionálního rozvoje Přírodovědecké fakulty Univerzity Karlovy v Praze, Albertov 6, 128 43 Praha 2; e-mail: pepino@natur.cuni.cz.

Citační vzor:

NOVOTNÝ, J. (2010): Korčákův zákon aneb zajímavá historie přírodní duality statistického rozložení. *Informace ČGS*, 29, č. 1, s. 1–10.